

Числовые отрезки

1. **Задание 18 № 4803.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 10]$ и $Q = [6, 14]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[0, 3]$
- 2) $[3, 11]$
- 3) $[11, 15]$
- 4) $[15, 17]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Выражение $P \vee Q$ истинно на отрезке $[2; 14]$. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty; 2) \cup (14; \infty)$. Таким образом, выражение A должно быть истинно только внутри отрезка $[2; 14]$.

Из всех отрезков только отрезок $[3; 11]$ полностью лежит внутри отрезка $[2; 14]$.

Ответ: 2.

Ответ: 2

2. **Задание 18 № 4804.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 15]$ и $Q = [12, 18]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[3, 11]$
- 2) $[2, 21]$
- 3) $[10, 17]$
- 4) $[15, 20]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Выражение $P \vee Q$ истинно на отрезке $[5; 18]$. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty, 5) \cup (18, \infty)$. Соответственно, выражение A должно быть истинно только внутри отрезка $[5; 18]$.

Из всех отрезков только отрезок $[10, 17]$ полностью лежит внутри отрезка $[5; 18]$.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

3. **Задание 18 № 4805.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 10]$ и $Q = [15, 18]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[3, 11]$
- 2) $[6, 10]$
- 3) $[8, 16]$
- 4) $[17, 23]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty, 5) \cup (18, \infty) \cup [10; 15]$. Соответственно, выражение A должно быть истинно внутри отрезков $[5; 10]$ и $[15; 18]$ или любого другого, который полностью включает эти отрезки, но сам не выходит за их пределы.

Из всех отрезков только отрезок $[6, 10]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 2.

Ответ: 2

4. **Задание 18 № 4806.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25, 30]$ и $Q = [15, 20]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10, 15]$
- 2) $[12, 30]$
- 3) $[20, 25]$
- 4) $[26, 28]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty, 15) \cup (30, \infty) \cup [20; 25]$. Соответственно, выражение A должно быть истинно внутри отрезков $[15;20]$ и $(25;30]$.

Из всех отрезков только отрезок $[26;28]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4.

Ответ: 4

5. **Задание 18 № 4807.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 25]$ и $Q = [0, 12]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10, 15]$
- 2) $[20, 35]$
- 3) $[5, 20]$
- 4) $[12, 40]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.

Введем обозначения:

$$(x \notin A) \equiv \neg A; (x \notin P) \equiv \neg P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$A \vee \neg P \vee Q$$

$\neg P \vee Q$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 12) \cup (25, \infty)$. Поскольку все выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x , следовательно, выражение A должно быть истинно на интервале $[12;25]$ или любом другом, который полностью включает этот отрезок.

Из всех отрезков только отрезок $[12;40]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4

6. **Задание 18 № 4808.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10, 15]$
- 2) $[20, 35]$
- 3) $[15, 22]$
- 4) $[12, 18]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \notin A) \equiv \neg A; (x \notin P) \equiv \neg P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Выражение $\neg P \vee Q$ истинно на множестве $(-\infty, 15] \cup (20, \infty)$. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение A должно быть истинно на полуинтервале $(15; 20]$ или любом другом, который полностью включает этот полуинтервал.

Из всех отрезков только отрезок $[15; 22]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 3.

Ответ: 3

7. **Задание 18 № 4809.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [15, 25]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10, 15]$
- 2) $[10, 30]$
- 3) $[8, 22]$
- 4) $[8, 30]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q.$$

Выражение $P \vee Q$ истинно тогда, когда $x \in [10; 25]$. Поскольку все выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x , выражение $\neg A$ должно быть истинно для всех x вне этого отрезка а тогда само выражение A должно быть истинно на отрезке, целиком принадлежащим $[10; 25]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[10; 15]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 1

8. Задание 18 № 4810. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 40]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[9, 20]$
- 2) $[3, 12]$
- 3) $[3, 7]$
- 4) $[120, 130]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \rightarrow P) \vee (Q \rightarrow R) = \neg A \vee P \vee \neg Q \vee R.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $P \vee R = 1$ удовлетворяет отрезок $[10; 50]$, условие $P \vee \neg Q \vee R = 1$ истинно на множестве $(-\infty; 5) \cup [10; \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee P \vee \neg Q \vee R$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на полуинтервале $[5; 10)$. Из всех отрезков отрезок $[120; 130]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 4.

Ответ: 4

9. Задание 18 № 4811. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [0,20]$, $Q = [10, 25]$ и $R = [35,50]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[-15,-5]$
- 2) $[25, 30]$
- 3) $[10,27]$
- 4) $[15, 25]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee \neg Q \vee R$$

$P \vee \neg Q \vee R$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 20]; (25, \infty); [5; 15]$. Значит, выражение A должно быть истинно на промежутке, не включающем полуинтервал $(20; 25]$.

Из всех отрезков только отрезок $[-15; -5]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 1

10. **Задание 18 № 4812.** На числовой прямой даны три отрезка: $P = [15,30]$, $Q = [0, 10]$ и $R = [25,35]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10,17]$
- 2) $[15, 25]$
- 3) $[20,30]$
- 4) $[35, 40]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.
Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg P \vee Q \vee \neg A \vee R$$

$\neg P \vee Q \vee R$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 15); (25, \infty)$. Выражение $\neg A$ должно быть истинно на интервале $[15; 25]$. Поскольку все выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x , следовательно, выражение A должно быть истинно на промежутке, не включающем отрезок $[15; 25]$.

Из всех отрезков только отрезок $[35; 40]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 4

11. **Задание 18 № 4813.** На числовой прямой даны три отрезка: $P = [20, 50]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [40, 80]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \in A) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10,25]$
- 2) $[20, 30]$
- 3) $[40,50]$
- 4) $[35, 45]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.
Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg P \vee Q \vee \neg A \vee R$$

$\neg P \vee Q \vee R$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 20); [40, \infty)$. Выражение $\neg A$ должно быть истинно на полуинтервале $[20; 40)$. Поскольку все выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x следовательно, выражение A должно быть истинно на промежутке, не включающем полуинтервал $[20; 40)$.

Из всех отрезков только отрезок $[40; 50]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 3

12. **Задание 18 № 4814.** На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 50]$, $Q = [15, 20]$ и $R = [30, 80]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \vee ((x \notin A) \rightarrow (x \notin R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[10, 25]$
- 2) $[25, 50]$
- 3) $[40, 60]$
- 4) $[50, 80]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.

Введем обозначения:

$$(x \notin A) \equiv \neg A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \notin R) \equiv \neg R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg P \vee Q \vee \neg R$$

Выражение $\neg P \vee Q \vee \neg R$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 30); (50, \infty)$. Выражение A должно быть истинно на отрезке $[30; 50]$. Из всех отрезков только отрезок $[25; 50]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

13. **Задание 18 № 4815.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 15]$ и $Q = [10, 20]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$(x \in P) \wedge (x \notin Q) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x .

- 1) $[0, 7]$
- 2) $[8, 15]$
- 3) $[15, 20]$
- 4) $[7, 20]$

Пояснение.

Логическое И ложно, если ложно хотя бы одно утверждение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \notin Q) \equiv \neg Q.$$

Исходная конъюнкция равносильна конъюнкции $P \wedge \neg Q \wedge A$. Выражение $P \wedge \neg Q$ ложно тогда, когда $x \in (-\infty, 5); [10, \infty)$. Выражение A должно быть ложно на интервале $[5; 10]$. Поскольку все выражение должно быть ложно для ЛЮБОГО x , следовательно, выражение A должно быть истинно на любом промежутке, ни один элемент которого не содержится в отрезке $[5; 10]$. Из всех отрезков только отрезок $[15; 20]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

14. **Задание 18 № 4816.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 20]$ и $Q = [5, 15]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \wedge (x \in A)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x .

- 1) $[0, 6]$
- 2) $[5, 8]$
- 3) $[7, 15]$
- 4) $[12, 20]$

Пояснение.

Логическое И ложно, если ложно хотя бы одно утверждение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(\neg Q \vee P) \wedge A$$

$P \vee \neg Q$ ложно тогда, когда $x \in [5; 10)$. Выражение A должно быть ложно на интервале $(-\infty, 5); [10, \infty)$. Поскольку все выражение должно быть ложно для ЛЮБОГО x , следовательно выражение A должно быть истинно на полуинтервале $[5; 10)$ или на любом другом, полностью включающемся в этот интервал.

Из всех отрезков только отрезок $[5; 8]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 2

15. **Задание 18 № 4817.** На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [5, 15]$. Выберите такой интервал A , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

- 1) $[5, 12]$
- 2) $[10, 17]$
- 3) $[12, 20]$
- 4) $[15, 25]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in R) \equiv R.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(\neg A \vee P) \text{ и } (\neg Q \vee R)$$

$R \vee \neg Q$ ложно тогда, когда $x \in [15; 20]$. Выражение $\neg A \vee P$ должно быть ложно на этом же интервале. Выражение P на нем ложно, следовательно, стоит потребовать, чтобы $\neg A$ было ложно на интервале, который полностью входит в интервал $[10; 20]$. Если $\neg A$ ложно, то A истинно.

Из всех отрезков только отрезок $[12; 20]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 3

16. **Задание 18 № 4840.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [4, 16]$ и $Q = [9, 18]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [1, 11]
- 2) [5, 15]
- 3) [11, 21]
- 4) [15, 25]

Пояснение.

Введем обозначения: $(x \in A) \equiv A$; $(x \in P) \equiv P$; $(x \in Q) \equiv Q$.

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q$$

$P \vee Q$ истинно тогда, когда $x \in [4; 18]$. Поскольку все выражение должно быть истинно для любого x , выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty, 4)$ и $(18, +\infty)$. Поэтому выражение A должно быть истинно только внутри отрезка $[4; 18]$.

Из всех отрезков только отрезок $[5; 15]$ полностью лежит внутри отрезка $[4; 18]$.

Ответ: 2

17. **Задание 18 № 4928.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 13]$ и $Q = [7, 17]$. Выберите такой отрезок A , чтобы формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in Q)$$

Тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 20]
- 2) [10, 25]
- 3) [15, 30]
- 4) [20, 35]

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение выражения.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee \neg Q.$$

Это выражение должно быть истинно для любого x . Поэтому выражение $\neg A$ должно быть истинно на отрезке $[13; 17]$. Тогда, выражение A должно быть истинно внутри промежутка, который ни одной точкой не лежит в отрезке $[13; 17]$.

Из всех отрезков только отрезок $[20, 35]$ удовлетворяет этим условиям.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4

18. **Задание 18 № 4969.** На числовой прямой даны два отрезка: $P=[5, 15]$ и $Q=[11, 21]$. Выберите такой отрезок A , чтобы формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee \neg(x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[2, 22]$
- 2) $[3, 13]$
- 3) $[6, 16]$
- 4) $[17, 27]$

Пояснение.

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee \neg Q.$$

Это выражение должно быть истинно для любого x . Тогда выражение $\neg A$ должно быть истинно на отрезке $[15;21]$. Тогда выражение A должно быть истинно внутри промежутка, который ни одной точкой не лежит в отрезке $[15;21]$.

Из всех отрезков только отрезок $[3, 13]$ удовлетворяет этим условиям.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

19. **Задание 18 № 5048.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 45]$ и $Q = [40, 55]$. Выберите такой отрезок A , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x :

$$\begin{aligned} &(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P))) \\ &((x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \end{aligned}$$

- 1) $[25, 50]$
- 2) $[25, 65]$
- 3) $[35, 50]$
- 4) $[35, 85]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\begin{aligned} &A \vee \neg P \\ &\neg Q \vee A \end{aligned}$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Эти выражения должны быть истинны для любого x . Тогда выражение A должно быть истинно на отрезке $[30;45]$ и на отрезке $[40;55]$.

Из всех отрезков только отрезок $[25, 65]$ удовлетворяет этим условиям.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

20. **Задание 18 № 5080.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [35, 55]$ и $Q = [45, 65]$. Выберите такой отрезок A , что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x :

$$(x \in P) \rightarrow (x \in A) \\ (\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in Q)))$$

- 1) $[40, 50]$
- 2) $[30, 60]$
- 3) $[30, 70]$
- 4) $[40, 100]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg P \vee A \\ A \vee \neg Q$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Эти выражения должны быть истинны для любого x . Тогда выражение A должно быть истинно на отрезке $[35;55]$ и на отрезке $[45;65]$.

Из всех отрезков только отрезок $[30, 70]$ удовлетворяет этим условиям.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

21. **Задание 18 № 5269.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 50]$ и $Q = [10, 70]$. Выберите такой отрезок A , чтобы формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

была тождественно истинна, то есть принимала значение 1 при любом значении переменной x . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет меньшую длину.

- 1) [27, 33]
- 2) [27, 53]
- 3) [7, 33]
- 4) [7, 53]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(\neg P \vee A) \wedge (\neg A \vee Q)$$

Логическое И истинно, если истинны оба утверждения. Выражение $\neg P$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 30); (50, \infty)$. Следовательно, A должно быть истинно на интервале $[30; 50]$. Выражение Q истинно тогда, когда $x \in [10, 70]$. Следовательно, $\neg A$ должно быть истинно на интервалах $(-\infty, 10); (70, \infty)$.

Из всех отрезков только отрезок $[27; 53]$ удовлетворяет этим условиям.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

22. **Задание 18 № 5301.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [40, 60]$ и $Q = [20, 90]$. Выберите такой отрезок A , чтобы формула

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \wedge ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

была тождественно истинна, то есть принимала значение 1 при любом значении переменной x . Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет меньшую длину.

- 1) [17, 43]
- 2) [17, 73]
- 3) [37, 53]
- 4) [37, 63]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(\neg P \vee A) \wedge (\neg A \vee Q)$$

Логическое И истинно, если истинны оба утверждения. Выражение $\neg P$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty, 40); (60, \infty)$. Следовательно, A должно быть истинно на интервале $[40; 60]$. Выражение Q истинно тогда, когда $x \in [20, 90]$. Следовательно, $\neg A$ должно быть истинно на интервалах $(-\infty, 20); (90, \infty)$. Из всех отрезков только отрезок $[37; 63]$ удовлетворяет этому условию.

Ответ: 4

23. **Задание 18 № 5353.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [22, 72]$ и $Q = [42, 102]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [15,50]
- 2) [24,80]
- 3) [35,75]
- 4) [55,100]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 22)$ и $(42; +\infty)$. Поскольку выражение $P \wedge Q \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на отрезке $[22, 42]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[55, 100]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4

24. **Задание 18 № 5385.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [7,60]
- 2) [40,95]
- 3) [45,55]
- 4) [55,100]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 12)$ и $(52; +\infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на отрезке $[12, 52]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[55, 100]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4

25. **Задание 18 № 5417.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [7,60]
- 2) [40,95]
- 3) [45,65]
- 4) [55,100]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge Q) \vee P = \neg A \vee \neg Q \vee P.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg Q \vee P = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 62)$ и $(92; +\infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg Q \vee P$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на отрезке $[62, 92]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[7, 60]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 1

26. **Задание 18 № 5481.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [6,20]
- 2) [22,35]
- 3) [42,55]
- 4) [20,40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg Q \vee P) \rightarrow \neg A = Q \wedge \neg P \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $Q \wedge \neg P = 1$ удовлетворяет отрезок $(38; 57]$. Поскольку выражение $Q \wedge \neg P \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty; 38]$ и $(57; +\infty)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[42, 55]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 3

27. **Задание 18 № 5673.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5,20]
- 2) [25,35]
- 3) [40,55]
- 4) [20,40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg P \vee Q) \rightarrow \neg A = P \wedge \neg Q \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $P \wedge \neg Q = 1$ удовлетворяет полуинтервал $[1;23)$. Поскольку выражение $P \wedge \neg Q \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty; 1)$ и $[23; +\infty)$. Таким образом, выражение A должно быть истинно внутри полуинтервала $[1; 23)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[5,20]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 1

28. **Задание 18 № 5705.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [6,20]
- 2) [22,35]
- 3) [40,60]
- 4) [20,40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg A \rightarrow (\neg P \vee \neg Q) = A \vee \neg P \vee \neg Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $\neg P \vee \neg Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 21)$ и $(38; +\infty)$. Поскольку выражение $A \vee \neg P \vee \neg Q$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на отрезке $[21, 38]$. Из всех заданных отрезков только отрезок $[20, 40]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4

29. **Задание 18 № 5737.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [6,20]
- 2) [22,35]
- 3) [42,55]
- 4) [20,40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg Q \vee P) \rightarrow \neg A = Q \wedge \neg P \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $Q \wedge \neg P = 1$ удовлетворяет отрезок $(38;57]$. Поскольку выражение $Q \wedge \neg P \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $[-\infty,38]$ и $(57,\infty)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[42,55]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 3

30. **Задание 18 № 5769.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [6,20]
- 2) [22,35]
- 3) [40,60]
- 4) [20,40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg A = P \wedge Q \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $Q \wedge P = 1$ удовлетворяет отрезок $[21;38]$. Поскольку выражение $P \wedge Q \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $[-\infty,21)$ и $(38,\infty)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[22,35]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 2

31. **Задание 18 № 5833.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 42]$ и $Q = [22, 62]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [3,14]
- 2) [23,32]
- 3) [43,54]
- 4) [15,45]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg A \rightarrow (\neg P \vee \neg Q) = A \vee \neg P \vee \neg Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee \neg Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 22)$ и $(42; +\infty)$. Поскольку выражение $A \vee \neg P \vee \neg Q$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на отрезке $[22,42]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[15,45]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 4

32. **Задание 18 № 5897.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 42]$ и $Q = [22, 62]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [3,14]
- 2) [23,32]
- 3) [43,54]
- 4) [15,45]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg Q \vee P) \rightarrow \neg A = Q \wedge \neg P \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $Q \wedge \neg P = 1$ удовлетворяет отрезок $[42; 62]$. Поскольку выражение $Q \wedge \neg P \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty, 42)$ и $(62, +\infty)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[43,54]$ удовлетворяют этим условиям.

Ответ: 3

33. **Задание 18 № 5929.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 42]$ и $Q = [22, 62]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [3,14]
- 2) [23,32]
- 3) [43,54]
- 4) [15,45]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg P \vee \neg Q) \rightarrow \neg A = P \wedge Q \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $P \wedge Q = 1$ удовлетворяет отрезок $[22;42]$. Поскольку выражение $P \wedge Q \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty, 22]$ и $(42, +\infty]$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[23,32]$ удовлетворяют этим условиям.

Ответ: 2

34. **Задание 18 № 5995.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \rightarrow \neg(x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 20]
- 2) [25, 35]
- 3) [40, 55]
- 4) [20, 40]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(P \rightarrow \neg Q) \vee \neg A = P \wedge Q \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $P \wedge Q = 1$ удовлетворяет отрезок $[23;39]$. Поскольку выражение $P \wedge Q \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty, 23)$ и $(39, \infty)$.

Из всех заданных отрезков только отрезок $[25, 35]$ удовлетворяет этим условиям.

Ответ: 2

35. **Задание 18 № 6180.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 13]$ и $Q = [12, 22]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[5, 20]$
- 2) $[10, 25]$
- 3) $[15, 30]$
- 4) $[20, 35]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \rightarrow P) \vee Q = \neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $P \vee Q = 1$ удовлетворяет отрезок $[3; 22]$. Поскольку выражение $\neg A \vee P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty; 3) \cup [22; \infty)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[5; 20]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

36. **Задание 18 № 6225.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 15]$ и $Q = [11, 21]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[2, 22]$
- 2) $[3, 13]$
- 3) $[6, 16]$
- 4) $[17, 27]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \rightarrow P) \vee Q = \neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $P \vee Q = 1$ удовлетворяет отрезок $[5; 21]$. Поскольку выражение $\neg A \vee P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на множестве $(-\infty; 5) \cup [21; \infty)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[6; 16]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

37. **Задание 18 № 6257.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [22, 72]$ и $Q = [42, 102]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [15, 50]
- 2) [24, 80]
- 3) [35, 75]
- 4) [55, 100]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge Q) \vee P = \neg A \vee \neg Q \vee P.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg Q \vee P = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 72] \cup (102, \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg Q \vee P$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на полуинтервале $[72; 102)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[15, 50]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

38. **Задание 18 № 6297.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [18, 90]
- 2) [27, 70]
- 3) [21, 40]
- 4) [5, 20]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg P \vee Q = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 1) \cup [23, \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на полуинтервале $[1; 23)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[27, 70]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

39. **Задание 18 № 6329.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [11, 61]$ и $Q = [31, 91]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [10, 95]
- 2) [6, 40]
- 3) [55, 100]
- 4) [20, 70]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg P \vee Q = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 11) \cup [31, \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на полуинтервале $[11; 31)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[55, 100]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

40. **Задание 18 № 6414.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [11, 61]$ и $Q = [31, 91]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [10, 95]
- 2) [6, 40]
- 3) [55, 100]
- 4) [20, 70]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge Q) \vee P = \neg A \vee \neg Q \vee P.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg Q \vee P = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 61) \cup [91, \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg Q \vee P$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на полуинтервале $[61; 91)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[6, 40]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

41. **Задание 18 № 6450.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [21, 71]$ и $Q = [41, 101]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [15, 40]
- 2) [20, 110]
- 3) [30, 75]
- 4) [80, 130]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg P \vee Q = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 21) \cup [41, \infty)$. Поскольку выражение $\neg A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на полуинтервале $[21; 41)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[80, 130]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4

42. **Задание 18 № 6492.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [31, 81]$ и $Q = [51, 111]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in P) \wedge (x \in Q)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [25, 75]
- 2) [50, 90]
- 3) [60, 100]
- 4) [83, 130]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(P \wedge Q) \vee A = \neg P \vee \neg Q \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg P \vee \neg Q = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 51) \cup (81, \infty)$. Поскольку выражение $\neg P \vee \neg Q \vee A$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинным на отрезке $[51, 81]$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[50, 90]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

43. **Задание 18 № 6568.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [31, 81]$ и $Q = [51, 111]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$\neg((x \in Q) \wedge (x \in P)) \vee (x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [25, 75]
- 2) [55, 100]
- 3) [48, 90]
- 4) [83, 130]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(Q \wedge P) \vee A = \neg Q \vee \neg P \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg Q \vee \neg P = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 51) \cup (81, \infty)$. Поскольку выражение $\neg Q \vee \neg P \vee A$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинным на отрезке $[51, 81]$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[48, 90]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

44. **Задание 18 № 6770.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 33]$ и $Q = [22, 44]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [2, 20]
- 2) [10, 25]
- 3) [20, 40]
- 4) [25, 30]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$Q \rightarrow (P \rightarrow A) \Leftrightarrow \neg Q \vee (P \rightarrow A) \Leftrightarrow \neg Q \vee \neg P \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg Q \vee \neg P = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 22) \cup (33, \infty)$. Поскольку выражение $\neg Q \vee \neg P \vee A$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинным на отрезке $[22, 33]$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[20, 40]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

45. **Задание 18 № 6802.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 33]$ и $Q = [22, 44]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$(x \in Q) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [31, 45]
- 2) [21, 35]
- 3) [11, 25]
- 4) [1, 15]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$Q \rightarrow (P \rightarrow A) \Leftrightarrow \neg Q \vee (P \rightarrow A) \Leftrightarrow \neg Q \vee \neg P \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg Q \vee \neg P = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 22) \cup (33, \infty)$. Поскольку выражение $\neg Q \vee \neg P \vee A$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинным на отрезке $[22, 33]$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[21, 35]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

46. **Задание 18 № 6884.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [33, 39]$ и $Q = [36, 44]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [30, 35]
- 2) [35, 40]
- 3) [40, 45]
- 4) [50, 55]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \rightarrow P) \vee Q \Leftrightarrow \neg A \vee P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $Q \vee P = 1$ истинно на отрезке $[33, 44]$. Поскольку выражение $\neg A \vee P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на множестве $(-\infty, 33) \cup (44, \infty)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[35, 40]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2

47. **Задание 18 № 6916.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [43, 49]$ и $Q = [44, 53]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [35, 40]
- 2) [40, 45]
- 3) [45, 50]
- 4) [50, 55]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(A \rightarrow Q) \vee P \Leftrightarrow \neg A \vee Q \vee P.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $Q \vee P = 1$ истинно на отрезке $[43, 53]$. Поскольку выражение $\neg A \vee P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинным на множестве $(-\infty, 43) \cup (53, \infty)$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[45, 50]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 3.

Ответ: 3

48. **Задание 18 № 6949.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 20]
- 2) [15, 35]
- 3) [25, 45]
- 4) [5, 65]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(P \wedge Q) \rightarrow (Q \wedge A) \Leftrightarrow \neg(P \wedge Q) \vee (Q \wedge A).$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg(P \wedge Q) \vee (Q \wedge A) = 1$ истинно на множестве $(-\infty, 23) \cup (39, \infty)$. Поскольку выражение $\neg(P \wedge Q) \vee (Q \wedge A)$ должно быть тождественно истинным, выражение $Q \wedge A$ должно быть истинным на множестве $[23; 39]$. Из перечисленных отрезков только отрезок $[5, 65]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4

49. **Задание 18 № 6981.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23, 58]$ и $Q = [10, 39]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[5, 20]$
- 2) $[20, 40]$
- 3) $[40, 55]$
- 4) $[5, 55]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(P \wedge A) \rightarrow (Q \wedge A) \Leftrightarrow \neg(P \wedge A) \vee (Q \wedge A).$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. $\neg(P \wedge A)$ тождественно истинно тогда, когда отрезки P и A не пересекаются. Из перечисленных отрезков только отрезок $[5, 20]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

50. **Задание 18 № 7194.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [32, 92]$.

Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in P)$$

тождественно истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) $[5, 60]$
- 2) $[10, 80]$
- 3) $[40, 100]$
- 4) $[70, 120]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(A \wedge Q) \rightarrow P = \neg(A \wedge Q) \vee P = \neg A \vee \neg Q \vee P.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. $\neg Q \vee P$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty; 62]; (92; \infty)$. Поскольку все выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x , следовательно, выражение $\neg A$ должно быть истинно на полуинтервале $(62; 92]$ или любом другом, который полностью включает этот полуинтервал, следовательно, отрезок A не должен включать этот интервал.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

51. **Задание 18 № 7299.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23, 58]$ и $Q = [1, 39]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \vee (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 30]
- 2) [15, 40]
- 3) [25, 50]
- 4) [35, 60]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(P \vee A) \rightarrow (Q \vee A) = \neg(P \vee A) \vee (Q \vee A).$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Наибольший интервал на котором $\neg(P \vee A)$ истинно получится, если отрезок A попадает внутрь отрезка P . Тогда это выражение истинно на интервале $(-\infty; 23) \cup (58; \infty)$. Также необходимо, чтобы выражение $(Q \vee A)$ было истинно на отрезке $[23; 58]$. Оба этих условия выполняются если за отрезок A взять $[35; 60]$.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4

52. **Задание 18 № 7331.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [8, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Выберите из предложенных отрезков такой отрезок A , что логическое выражение

$$((x \in P) \vee (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \vee (x \in A))$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [5, 30]
- 2) [15, 40]
- 3) [25, 50]
- 4) [35, 60]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$(P \vee A) \rightarrow (Q \vee A) = \neg(P \vee A) \vee (Q \vee A).$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Наибольший интервал на котором $\neg(P \vee A)$ истинно получится, если отрезок A попадает внутрь отрезка P . Тогда это выражение истинно на интервале $(-\infty; 8) \cup (39; \infty)$. Также необходимо, чтобы выражение $(Q \vee A)$ было истинно на отрезке $[8; 39]$. Оба этих условия выполняются если за отрезок A взять $[5; 30]$.

Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1

53. **Задание 18 № 7363.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [31, 81]$ и $Q = [51, 111]$. Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \wedge (x \in P)) \rightarrow (x \in Q)$$

тождественно истинна, т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x .

- 1) [24, 49]
- 2) [29, 90]
- 3) [45, 120]
- 4) [91, 140]

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(A \wedge P) \rightarrow Q = \neg(A \wedge P) \vee Q = \neg A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. $\neg P \vee Q$ истинно тогда, когда $x \in (-\infty; 31); [51; \infty)$. Поскольку всё выражение должно быть истинно для ЛЮБОГО x , следовательно, выражение $\neg A$ должно быть истинно на полуинтервале $[31; 51)$ или любом другом, который полностью включает этот полуинтервал, следовательно, отрезок A не должен включать этот интервал.

Правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4

54. **Задание 18 № 7675.** Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \equiv P; (x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \equiv Q; (x \in A) \equiv A.$$

Преобразовав, получаем:

$$P \rightarrow ((Q \wedge \neg A) \rightarrow \neg P) = P \rightarrow (\neg(Q \wedge \neg A) \vee \neg P) = \neg P \vee (\neg(Q \wedge \neg A) \vee \neg P) = \neg P \vee \neg Q \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Выражение $\neg P \vee \neg Q$ истинно при всех значениях x , кроме значений 6 и 12. Следовательно, промежуток A должны содержать точки 6 и 12. То есть минимальный набор точек в промежутке $A \equiv \{6, 12\}$. Сумма элементов множества A равна 18.

Ответ: 18.

Ответ: 18

55. **Задание 18 № 7763.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 30]$ и $Q = [14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \sim (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Пояснение.

Знаком \sim обозначается операция эквивалентности (результат $X \sim Y$ — истина, если значения X и Y совпадают).

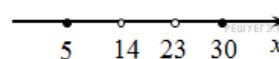
Введем обозначения:

$$(x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in A) \equiv A.$$

Тогда, применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg(P \sim Q) \vee \neg A \Leftrightarrow \neg(P \sim Q) \vee \neg A = 1.$$

Выражение $\neg(P \sim Q)$ истинно только тогда, когда $x \in [5; 14)$ и $x \in (23; 30]$ (см. рисунок). В таком случае, для того, чтобы выражение было истинно при любом x , A должно лежать либо в промежутке $[5; 14)$, либо $(23; 30]$. Следовательно, наибольшая возможная длина промежутка равна $14 - 5 = 9$.



Ответ: 9.

Ответ: 9

56. **Задание 18 № 7790.** На числовой прямой даны два отрезка: $P = [7, 14]$ и $Q = [9, 11]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A , для которого формула

$$((x \in P) \sim (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Пояснение.

Знаком \sim обозначается операция эквивалентности (результат $X \sim Y$ — истина, если значения X и Y совпадают).

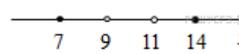
Введем обозначения:

$$(x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in A) \equiv A.$$

Тогда, применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg(P \sim Q) \vee \neg A \Leftrightarrow \neg(P \sim Q) \vee \neg A = 1.$$

Выражение $\neg(P \sim Q)$ истинно только тогда, когда $x \in [7; 9)$ и $x \in (11; 14]$ (см. рисунок). В таком случае, для того, чтобы выражение было истинно при любом x , A должно лежать либо в промежутке $(7; 9]$, либо $[11; 14)$. Следовательно, наибольшая возможная длина промежутка равна $14 - 11 = 3$.



Ответ: 3.

Ответ: 3

57. **Задание 18 № 7929.** Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$. Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (то есть принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве A .

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in A) \equiv A; \wedge \equiv \cdot; \vee \equiv +.$$

Тогда, применив преобразование импликации, получаем:

$$\begin{aligned} (\neg A + P) \cdot (\neg Q + \neg A) &\Leftrightarrow \neg A \cdot \neg Q + \neg Q \cdot P + \neg A + \neg A \cdot P \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \neg A \cdot (\neg Q + P + 1) + \neg Q \cdot P \Leftrightarrow \neg A + \neg Q \cdot P. \end{aligned}$$

Требуется чтобы $\neg A + \neg Q \cdot P = 1$. Выражение $\neg Q \cdot P$ истинно когда $x \in \{2, 4, 8, 10, 14, 16, 20\}$. Тогда $\neg A$ должно быть истинным когда $x \in \{1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23, \dots\}$.

Следовательно, максимальное количество элементов в множестве A будет, если A включает в себя все элементы множества $\neg Q \cdot P$, таких элементов семь.

Ответ: 7.

Ответ: 7

58. **Задание 18 № 7994.** Элементами множеств A, P, Q являются натуральные числа, причём $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$. Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \wedge ((x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A))$$

истинно (то есть принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве A .

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q; (x \in A) \equiv A; \wedge \equiv \cdot; \vee \equiv +.$$

Тогда, применив преобразование импликации, получаем:

$$\begin{aligned} (\neg A + P) \cdot (\neg Q + \neg A) &\Leftrightarrow \neg A \cdot \neg Q + \neg Q \cdot P + \neg A + \neg A \cdot P \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \neg A \cdot (\neg Q + P + 1) + \neg Q \cdot P \Leftrightarrow \neg A + \neg Q \cdot P. \end{aligned}$$

Требуется чтобы $\neg A + \neg Q \cdot P = 1$. Выражение $\neg Q \cdot P$ истинно когда $x \in \{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\}$. Тогда $\neg A$ должно быть истинным когда $x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 22, 23, \dots\}$.

Следовательно, максимальное количество элементов в множестве A будет, если A включает в себя все элементы множества $\neg Q \cdot P$, таких элементов восемь.

Ответ: 8.

Ответ: 8

59. **Задание 18 № 8106.** Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Пояснение.

Введём обозначения $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$, $P = \text{ДЕЛ}(x, 6)$ и $Q = \text{ДЕЛ}(x, 4)$

Введём множества:

A — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие A

P — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие P

Q — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие Q

истинным для всех X должно быть выражение $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q})$

Упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}) = A + (P \rightarrow \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q}$$

из этой формулы видно, что множество A должно перекрыть множество, которое не перекрыто множеством $\bar{P} + \bar{Q}$, то есть перекрыть множество $\overline{\bar{P} + \bar{Q}} = P \cdot Q$. Множество $P \cdot Q$ — это множество всех чисел, которые делятся одновременно на 4 и 6 (все числа, кратные 4 и 6), то есть, 12, 24, 36 и т. д. (заметим, что 12 — это наименьшее общее кратное чисел 4 и 6). Для того, чтобы перекрыть эти числа, можно выбрать в качестве A любой делитель числа 12, то есть, 1, 2, 3, 4, 6 или 12; наибольшее из этих чисел — 12.

Ответ: 12.

Ответ: 12

60. **Задание 18 № 9320.** Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(М. В. Кузнецова)

Пояснение.

Приведём решение К. Ю. Полякова.

Введём обозначения:

$$A = \text{ДЕЛ}(x, A), D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21), D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35) \text{ и } D_N = \text{ДЕЛ}(x, N)$$

Введём множества:

A — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие A , D_{21} — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие D_{21} , D_{35} — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие D_{35} и т. д.

Запишем формулу из условия в наших обозначениях $A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = 1$.

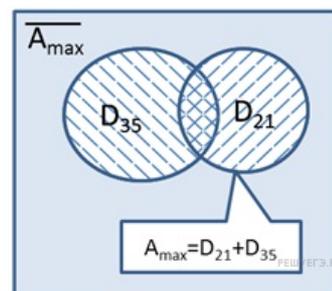
Раскроем импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = \bar{A} + D_{21} + D_{35}.$$

Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы $\bar{A} = 1$ (т. е. $A = 0$), когда $D_{21} + D_{35} = 0$. Тогда наибольшее множество A определяется как $A_{\max} = D_{21} + D_{35}$. Множество A_{\max} , точно соответствующее выражению с помощью функции ДЕЛ получить невозможно. Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера. Чтобы в множество \bar{A} входили все числа, не попавшие в объединение $D_{21} + D_{35}$, достаточно, чтобы множество A находилось внутри этого объединения, например, совпадая с одним из множеств D_{35} или D_{21} , или располагаясь внутри любого из них, что возможно, если использовать делители, кратные 21 или 35. В задании требуется найти наименьшее значение, этому условию соответствует 21.

Ответ: 21

Ответ: 21



61. Задание 18 № 9369. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n . Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 25 \neq 0 \rightarrow (x \& 17 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т.е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)?

Пояснение.

Пусть

$A: x \& A \neq 0$; $B: x \& 25 \neq 0$; $C: x \& 17 \neq 0$.

Имеем: $B \rightarrow (\neg C \rightarrow A)$;

Упрощаем и получаем:

$$\neg B + C + A = 1;$$

$$x \& 25_{10} = 11001_2 \text{ при любом } x \neq 0;$$

$$x \& 17_{10} = 10001_2 \text{ при любом } x \neq 0;$$

При поразрядной дизъюнкции $\neg B: 00110_2$ и $C: 10001_2$ имеем 10111.

Для выполнения равенства $\neg B + C + A = 1$ получаем: $A: 01000_2$, следовательно $A = 8_{10}$.

Ответ: 8.

Ответ: 8

62. Задание 18 № 4549. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 10]$ и $Q = [6, 14]$.

Выберите такой отрезок A , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

1) $[0, 3]$

2) $[3, 11]$

3) $[11, 15]$

4) $[15, 17]$

Пояснение.

Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$\neg A \vee P \vee Q$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Выражение $P \vee Q$ истинно на отрезке $[2, 14]$. Значит, $\neg A$ должно быть истинно вне этого отрезка, следовательно, A должно быть истинно на отрезке $[2, 14]$ или любом отрезке внутри этого. Из всех отрезков только отрезок $[3, 11]$ удовлетворяет этому условию.

Правильный ответ указан под номером 2.

Ответ: 2